

---

# UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2006/2007

Oktober/November 2006

## EUM 111 – MATEMATIK KEJURUTERAAN

Masa: 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab **LIMA** soalan. Jika calon menjawab lebih daripada lima soalan hanya lima soalan pertama mengikut susunan dalam skrip jawapan akan diberi markah.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Calon dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.

1. (a) Selesaikan persamaan pembeza berikut:

*Solve the following differential equations:*

(i)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y - 3}{2x - y - 3}$

(ii)  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^3 \sec^4 x$

(13 marks)

- (b) Suatu spring dengan pemalar spring,  $k = (N/m)$  tergantung dalam satu kedudukan vertikal dengan hujung atasnya ditetapkan pada suatu sokongan. Suatu jisim  $m$  di sambung pada bahagian hujung bawah dan sistem tersebut dibawa ke keadaan pegun. Jika suatu daya  $f(t)$  dalam Newton (N) dikenakan pada sokongan, persamaan pergerakan adalah diberikan sebagai

*A spring for which the spring constant  $k(N/m)$  hangs in a vertical position with its upper end fixed to a support. A mass  $m$  (kg) is attached to the lower end and the system is brought to rest. If a force  $f(t)$  in Newton (N) is applied to the support, the equation of the motion is given as*

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + f(t)$$

Dengan menggunakan kaedah operator-D dapatkan kedudukan jisim,  $x$  pada masa  $t$  apabila  $f(t) = 70 \sin 2t$  N,  $k = 700$  Newton/metre dan  $m = 28$  kg.

*Using the operator-D method, find the position of the mass,  $x$  at time  $t$ , given  $f(t) = 70 \sin 2t$  N,  $k = 700$  Newton/metre and  $m = 28$  kg.*

(7 marks)

...3/-

3. (a) Carikan Jelmaan Laplace untuk fungsi-fungsi berikut:

*Find the Laplace Transform of the following functions:*

(i)  $f(t) = -15t^2 + 3t$

(ii)  $f(x) = \sin^2 ax$ , dimana  $a$  ialah konstan  
where  $a$  is a constant

(iii)  $f(y) = y^2 e^{-y} \sin 3y$

(3 marks)

- (b) Lukiskan graf untuk fungsi di bawah dan carikan Jelmaan Laplacanya.

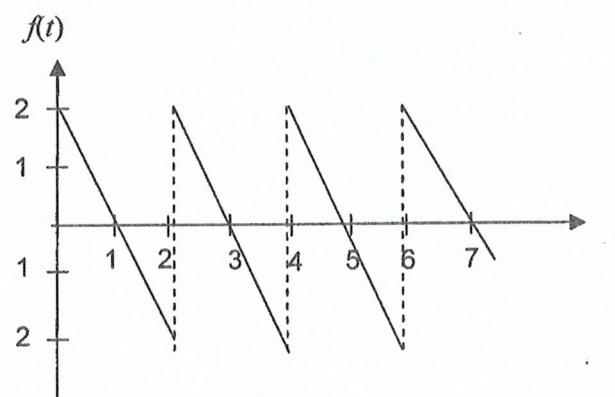
*Draw the graph for the following function and find its Laplace Transform.*

$$f(t) = \frac{1}{2}(t-3)^2 u(t-3)$$

(3 marks)

- (c) Carikan Jelmaan Laplace untuk fungsi berkala yang diberikan di bawah.

*Find the Laplace Transform for the periodic function shown below.*



(4 marks)

(d) Carikan Jelmaan songsang Laplace untuk:-

*Find the inverse Laplace Transform of the followings:-*

(i)  $\frac{s+1}{2s^2+4s+7}$

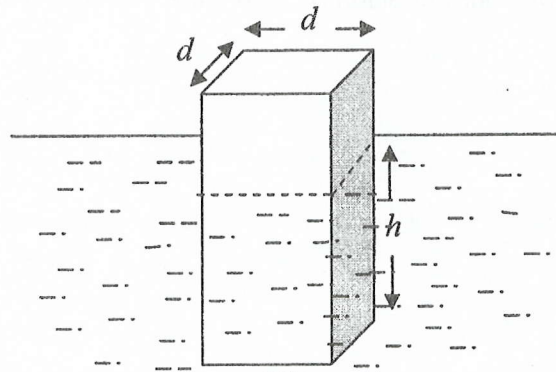
(ii)  $\frac{e^{-5s}}{(s-2)^4}$

(iii)  $\frac{s^2+2s+3}{(s^2+2s+2)(s^2+2s+5)}$

(3 marks)

(e) Sekeping kayu berbentuk segi empat tepat ditenggelamkan ke dalam cecair seperti Rajah 1 di bawah.

*A piece of rectangular wood is submerged in a liquid as shown in Figure 1 below.*



Rajah 1  
Figure 1

Kayu tersebut mempunyai lebar,  $d$  dan berat,  $W$  manakala ketumpatan cecair tersebut ialah  $\rho$ . Sewaktu ianya seimbang, bahagian sepanjang  $h$  tenggelam di dalam cecair. Persamaan yang menyatakan pergerakan kayu tersebut ialah

*The wood has width,  $d$  and weight,  $W$  while the liquid has density,  $\rho$ . At equilibrium, the length,  $h$  of the wood is underneath the liquid surface. The differential equation describing its motion is given by*

$$\frac{W}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} = -W + d^2 \rho [h - y(t)]$$

dimana  $g$  ialah graviti dan  $y(t)$  ialah variasi anjakan kayu tersebut dengan masa. Diberikan  $W - d^2 \rho h = 0$ ; carikan  $y(t)$  bila kayu tersebut dianjak dari posisi seimbang sebanyak  $y_0$  unit dengan kelajuan awal,  $\frac{dy}{dt} = v_0$ .

*Where  $g$  is the gravity and  $y(t)$  is the variation of its displacement with time. Given that  $W - d^2 \rho h = 0$ ; find  $y(t)$  when the wood is displaced from its equilibrium position by  $y_0$  units with initial velocity,  $\frac{dy}{dt} = v_0$ .*

(7 marks)



4. (a) Dapatkan siri Fourier untuk fungsi  $f(x) = x^2$ ,  $0 < x < 2\pi$  dengan kala  $2\pi$ .

*Find the Fourier series for the function  $f(x) = x^2$ ,  $0 < x < 2\pi$  with period  $2\pi$ .*

(5 markah)

- (b) Kembangkan fungsi di bawah kepada siri Fourier dengan kala 10.  
*Expand the function below in a Fourier series having period equal to 10.*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$$

(5 markah)

- (c) Dapatkan kembangan Fourier untuk fungsi berkala yang ditakrifkan dalam satu kala,

*Find the Fourier expansion of the periodic function whose definition in one period is,*

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq t \leq 0 \\ \sin t & 0 < t \leq \pi \end{cases}$$

(5 markah)

- (d) Kembangkan  $f(x) = \sin x$ ,  $0 < x < \pi$ , dalam siri cosine Fourier.

*Expand  $f(x) = \sin x$ ,  $0 < x < \pi$ , in a Fourier cosine series.*

(5 markah)

...8/-

5. (a) Tunjukkan bahawa  $u(x,t) = u_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi ct}{L}\right)$  memenuhi persamaan gelombang dengan nilai awal diberi oleh

Show that  $u(x,t) = u_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi ct}{L}\right)$  fulfilled the wave equation with initial value

(i)  $u(x,0) = u_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

(ii)  $\left|\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$

(5 marks)

- (b) Jika  $A = x^2 \sin y \mathbf{i} + z^2 \cos y \mathbf{j} - xy^2 \mathbf{k}$  selesaikan untuk  $dA$

If  $A = x^2 \sin y \mathbf{i} + z^2 \cos y \mathbf{j} - xy^2 \mathbf{k}$  determine  $dA$

(5 marks)

- (c) Gunakan teorem kecapahan Gauss untuk mendapatkan nilai  $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$

dengan  $\mathbf{F} = xy \mathbf{i} - \frac{1}{2}y^2 \mathbf{j} + z \mathbf{k}$  dan permukaannya terdiri dari  $z = 4 - 3x^2 - 3y^2$ ,  $1 \leq z \leq 4$  pada bahagian atas,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$  pada bahagian sisi dan  $z = 0$  pada bahagian bawah.

Use the Gauss divergence theorem to evaluate  $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$  where

$\mathbf{F} = xy \mathbf{i} - \frac{1}{2}y^2 \mathbf{j} + z \mathbf{k}$  and the surface consists of the three surfaces,  $z = 4 - 3x^2 - 3y^2$ ,  $1 \leq z \leq 4$  on the top  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$  on the sides and  $z = 0$  on the bottom.

(10 marks)

6. (a) Jika  $x = \rho \cos \phi$  dan  $y = \rho \sin \phi$ , tunjukkan bahawa

If  $x = \rho \cos \phi$  and  $y = \rho \sin \phi$ , show that

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)^2$$

(6 marks)

- (b) Seutas tali sempurna diregangkan antara dua titik sepanjang 10 cm. Bahagian tengah tali tersebut diangkat menegak 2 cm dari kedudukan rehat (asalnya) ke arah sudut kanan dari kedudukan asal tali tersebut dan kemudian dilepaskan supaya halaju awalnya adalah sifar. Dengan menggunakan persamaan  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  dan nilai  $c^2 = 1$ , dapatkan  $u(x, t)$ .

*A perfectly elastic string is stretched between two points 10 cm apart. Its centre point is displaced 2 cm from its position of rest at right angles to the original direction of the string and then released with zero velocity.*

*Applying the equation  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$*

*with  $c^2 = 1$ , determine  $u(x, t)$ .*

(10 marks)

- (c) Dapatkan nilai bagi  $\int F \cdot dr$  dengan  $F(x, y, z) = 8x^2 yz \mathbf{i} + 5z \mathbf{j} - 4xy \mathbf{k}$  dan C merupakan lengkung yang diberi oleh  $r(t) = t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}$ ,  $0 \leq t \leq 1$

*Evaluate  $\int F \cdot dr$  where  $F(x, y, z) = 8x^2 yz \mathbf{i} + 5z \mathbf{j} - 4xy \mathbf{k}$  and C is the curve given by  $r(t) = t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}$ ,  $0 \leq t \leq 1$*

(4 marks)